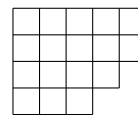


2011 год. Математика. 5 класс

1. Банка с молоком весит 1 кг 600 г. Если перелить молоко в кувшин, он будет весить 1 кг 540 г. Банка и кувшин вместе весят 780 г. Сколько весит молоко? *Ответ объясните.*
2. Найдите самое маленькое четырехзначное число, все цифры которого различны, причем первая цифра равна сумме второй и третьей, а последняя цифра – произведению второй и третьей. *Ответ объясните.*
3. Разрежьте квадрат 5×5 на три части равного периметра. *Линии разрезов должны идти по сторонам клеток.*
4. У жителей планеты Тяп-ляп есть рожки да ножки. Если встречаются два таких жителя, что у всех остальных, вместе взятых, поровну рожек и ножек, то эти двое дерутся и отрывают друг у друга все рожки и ножки. После этого они мирятся, и у одного из них вырастает семь рожек и три ножки, а у другого – трое рожек и семь ножек. Могло ли после нескольких драк у жителей оказаться 2011 рожек и 2012 ножек? *Ответ объясните.*
5. У электромонтера был кусок провода длиной 25 м, из которого утром он собирался вырезать необходимые ему для работы куски в 1 м, 2 м, 3 м, 6 м и 12 м. Но ночью какой-то хулиган разрезал провод на две части. Сможет ли монтер выполнить намеченные работы? *Ответ объясните.*

2011 год. Математика. 6 класс

1. Вырежьте из фигуры, изображенной на рисунке, одну клетку и разрежьте оставшуюся фигуру на четыре равные части. *Линии разрезов должны идти по сторонам клеток.*



2. Брат вышел из дома на 5 мин позже сестры и пошел вслед за ней. При этом он двигался в полтора раза быстрее, чем она. Через сколько минут после выхода брат догонит сестру?

3. В совершении преступления подозреваются четыре человека. Следователь знает, что преступниками являются двое из них. Имеется пятеро свидетелей, из которых какие-то двое всегда врут, а оставшиеся трое всегда говорят правду. Знающий это следователь может спросить у любого свидетеля про любого подозреваемого: “Это преступник?” Как следователю с помощью семи таких вопросов обнаружить обоих преступников?

4. Вася взял десять различных цифр $0, 1, 2, \dots, 9$ и составил из них два пятизначных числа (каждая цифра используется один раз). Затем он сложил получившиеся числа. Могло ли в результате получиться число, состоящее из трех единиц и трех пятерок?

5. На горизонтальной прямой расставлено 2011 точек. Каждая из этих точек окрашена в красный или синий цвет. Над каждой точкой написана сумма количества синих точек слева от нее и красных точек справа от нее. Оказалось, что все написанные числа нечетны. Сколько могло быть точек красного цвета?

2011 год. Математика. 7 класс

1. В Стране Дураков два банка: “Алиса” и “Базилио”. Все жители Страны Дураков разместили в одном из этих банков одну и ту же сумму денег сроком на 1 год. В конце года оказалось, что вкладчики банка “Алиса” увеличили свой капитал на 12%, а вкладчики банка “Базилио” – на 19%. При этом капитал всех жителей Страны Дураков увеличился на 14%. В каком из банков было больше вкладчиков и во сколько раз?

2. Можно ли отметить на плоскости девять таких точек, что если через каждые две из них провести прямую, то через каждую отмеченную точку будет проходить ровно семь различных прямых?

3. Найдите все натуральные a , b , c и n , удовлетворяющие уравнению

$$2^n = a! + b! + c!.$$

Символом $m!$ обозначают произведение всех натуральных чисел от 1 до m , т. е.

$$m! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot m.$$

4. В кружке 20 учеников. Среди них есть ученик, имеющий среди кружковцев одного друга, ученик, имеющий среди кружковцев двух друзей, ..., ученик, имеющий среди кружковцев четырнадцать друзей. Докажите, что найдутся трое кружковцев, любые двое из которых дружат.

5. Пусть M и N – девятизначные натуральные числа. Известно, что если любую из цифр числа M заменить цифрой числа N , стоящей на том же месте, то полученное число будет делиться на 7. Докажите, что если любую из цифр числа N заменить цифрой числа M , стоящей на том же месте, то полученное число также будет делиться на 7.

2011 год. Математика. 8 класс

1. Можно ли расставить четыре различных натуральных числа по кругу так, чтобы из любых двух соседних чисел большее делилось на меньшее, а из любых двух противоположных чисел большее не делилось на меньшее?
2. Имеется по 1 литру 5%, 10% и 15% растворов кислоты. Какое максимальное количество 12% раствора кислоты можно получить, смешивая эти растворы?
3. Дан прямоугольный треугольник ABC . Пусть биссектрисы углов BAC и ABC пересекают катеты BC и AC в точках P и Q соответственно. Точки M и N – основания перпендикуляров, опущенных из точек P и Q на гипотенузу AB . Найдите $\angle MCN$.
4. Найдите все пары натуральных чисел x и y , для которых число $\frac{xy^2}{x+y}$ – простое.
5. Художник Тюбик хочет скопировать знаменитую картину, представляющую из себя белый клетчатый прямоугольник, на котором некоторые клетки покрашены в черный цвет. У него есть бесконечный белый клетчатый холст. Тюбик каждый полдень закрашивает две клетки холста в черный цвет, а Незнайка каждую полночь протыкает гвоздем одну из клеток холста. Докажите, что вне зависимости от действий Незнайки через некоторое время Тюбик сможет нарисовать и вырезать из холста копию картины, не содержащую дырявых клеток.